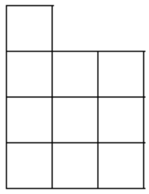
I Городская устная математическая олимпиада для 4 классов.
Саратов. 26 февраля 2017 года.
I тур.

1. ТАБЛИЦА. Расположите в клетках таблицы (см. рисунок) числа от 1 до 10, каждое по одному разу, так, чтобы суммы двух чисел, стоящих в соседних по стороне клетках не повторялись.



Решение. См. рисунок. Примеров много, надо внимательно проверять пример, предложенный участником.

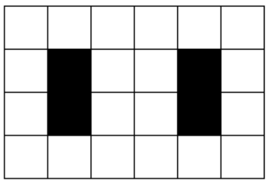
4		
3	**7**	**8**
2	**6**	**10**
1	**5**	**9**

2. АРБУЗ. Арбуз весит столько же, сколько дыня и свекла вместе, два арбуза столько же, сколько три кочана капусты, а дыня – как свекла и кочан капусты вместе. Во сколько раз арбуз тяжелее свеклы? (все арбузы весят одинаково, тоже относится и к другим овощам).
Ответ: В 6 раз.
Решение. Арбуз весит столько же, сколько дыня и свекла вместе, а дыня – как свекла и кочан капусты вместе. Значит, арбуз весит столько же, сколько две свёклы и кочан капусты вместе. Тогда три арбуза весят столько же, сколько шесть штук свёклы и три кочана капусты вместе. Убрав два арбуза и три кочана капусты, получим, что арбуз весит столько же, сколько шесть штук свёклы.

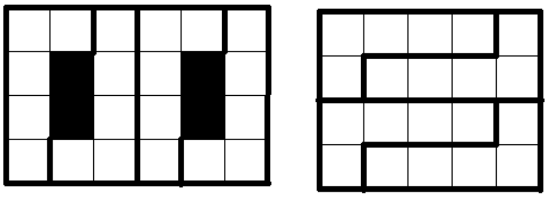
3. ВЕК. Дату 26 февраля 2017 года будем записывать шестью цифрами так: 26.02.17. Напишите все даты 21-го века, которые можно таким образом записать с помощью только двух цифр – 0 и 3 (каждую цифру можно использовать в записи несколько раз).
Ответ: 8 дат.
Решение. День можно записать как 03 или 30, месяц только 03, а год 03, 30, 33 и 00 (имеется ввиду 2100 год). Всего получим $2\times1\times4=8$ дат: 03.03.03, 30.03.03, 03.03.30., 30.03.30, 03.03.33, 30.03.33, 03.03.00, 30.03.00.
Замечание. Даты 03.03.2000 и 30.03.2000 относятся к 20 веку, так как 21 век начинается с 01.01.01.

II тур.

4. НОЖНИЦЫ. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на четыре равные (совпадающие при наложении) части и сложите из них прямоугольник 4×5. Резать можно только по сторонам клеточек.



Решение. См. рисунок.



5. РЫЦАРИ И ЛЖЕЦЫ. На острове живут рыцари, они всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.
За круглым столом сидят 10 островитян. Каждый из них сказал: «мой сосед справа – это лжец». Сколько рыцарей за столом? Найдите все варианты и докажите, что других нет.
Ответ: 5 рыцарей.
Решение. Если рыцаря за столом нет, то тогда все 10 человек – лжецы. Но они говорят правду – противоречие. Значит, рыцарь есть. Так как он говорит правду, то справа него лжец. Около

лжеца справа может быть только рыцарь. Около рыцаря справа – опять лжец. Значит, мы получаем последовательность РЛРЛРЛРЛРЛ и замыкаем её.

6. ФОНТАН. Фонтан на площади старинного города связан с часами на башне: он работает, когда хотя бы одна из стрелок часов находится между цифрами 2 и 4 или между цифрами 8 и 11. Сколько времени в течение суток этот фонтан работает?
   Ответ: 15 часов 50 минут.
   Решение. Всего 24 часа в сутках. Минутная стрелка между 2 и 4 бывает в день 24 раза по 10 минут, то есть 24×10=240 мин=4 часа. Аналогично минутная стрелка между 8 и 11 бывает в день 24×15=360 мин=6 часов. Часовая стрелка между 2 и 4 бывает в день 2 раза по 2 часа, то есть 2×2=4 часа. Аналогично часовая стрелка между 8 и 11 бывает в день 2×3=6 часов. Значит, они обе бывают между 2 и 4 или между 8 и 11 всего 4+6+4+6=20 часов. Но при этом в каждый из 10 часов, когда часовая стрелка находится между цифрами 2 и 4 или между цифрами 8 и 11, минутная тоже находится между цифрами 2 и 4 или между цифрами 8 и 11 в течение 25 минут. То есть они вместе находятся там в течение 25×10=250 минут=4 часов 10 минут. Значит, отнимаем 4 часа 10 минут из выше указанного выше времени 20 часов и получаем: 15 часов 50 минут.

III тур.

7. МЁД. Винни-Пух, Пятачок, Ослик Иа-Иа пришли в гости к Кролику. Он у себя в кладовой нашёл четыре большие 20-литровые бочки в которых было 4 л, 6 л, 8 л и 10 л мёда. Сможет ли Кролик с помощью 2-литрового ковша разделить весь мёд так, чтобы во всех бочках его стало поровну?
   Ответ: Нет.
   Решение. Всего мёда 4+6+8+10=28 литров. Значит, в каждой бочке должно оказаться по 28:4=7 литров (нечётное число). Но первоначально в каждой бочке чётное число литров и переливают тоже чётное число литров. Поэтому получить в каждой бочке можно только чётное число литров. Противоречие.

8. КУБИК. Кубик размером 4×4×4 покрасили снаружи с четырёх сторон красной краской. Затем его распилили на единичные кубики размером 1×1×1 и непокрашенные грани покрасили в зелёный цвет. Сколько кубиков имеют грани ровно двух различных цветов? Найти все ответы и доказать, что других нет.
   Ответ: 48 или 46 кубиков.
   Решение. Возможны два случая. Первый – когда не красили в красный цвет две противоположные грани. Второй – когда не красили в красный цвет две соседние грани.
   Первый случай. Пусть не красили верхнюю и нижнюю грани.
   Считаем послойно. Первый слой – 12 кубиков. Второй слой – 12. Третий слой – 12. Четвёртый слой – 12. Всего 48 кубиков.
   Второй случай. Пусть не красили верхнюю и переднюю грани.
   Считаем послойно. Первый слой – 10 кубиков. Второй слой – 10. Третий слой – 10. Четвёртый слой – 16. Всего 46 кубиков.

9. ИГРА. На левом краю клетчатой полосы 1×20 стоит фишка. Играют двое. За ход разрешается передвинуть её на 2 или на 5 клеток вправо. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнёр?
   Ответ: Начинающий.
   Решение. Первым ходом он ходит на 5 клеток вправо и оказывается на клетке №6. Затем на каждый ход второго он отвечает таким ходом, что в сумме фишка сдвигается на 5+2=7 клеток. Тогда за два цикла фишка сдвинется на 14 клеток и окажется на клетке №20. Следовательно, второму ходить будет некуда и он проиграет.